Układ II-go rzędu

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}$$

ω_n - częstotliwość drgań naturalnych

ξ - współczynnik tłumienia

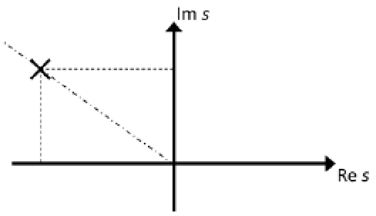
$$t_r \underset{2\%}{\cong} \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{4}{|\mathrm{Re}(s_D)|}$$

$$p_{\%} = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \cdot 100\%$$

$$\xi = \frac{\left|\ln\frac{p_{\%}}{100}\right|}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2\frac{p_{\%}}{100}}}$$

$$t_n = \frac{1.8}{\omega_n}$$

$$s_D = -\xi\omega_n \pm j\omega_n\sqrt{1-\xi^2} = \sigma \pm j\omega$$



$$tg(\phi) = \frac{|\mathrm{Im}(s_D)|}{|\mathrm{Re}(s_D)|} = \frac{\sqrt{1-\xi^2}}{\xi} \Rightarrow p_{\%}$$

$$t_r = \frac{4}{|\mathrm{Re}(s_D)|} \Rightarrow t_r$$

Odpowiedzi

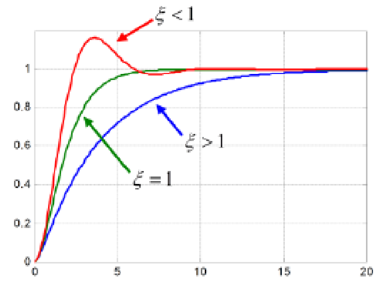
$\xi > 1$ - Aperiodyczne
(dwa różne bieguny rzeczywiste)

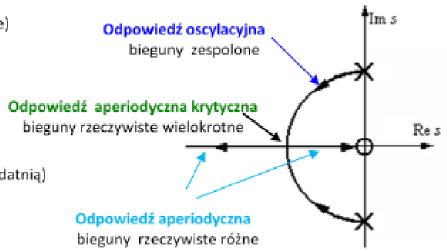
$\xi = 1$ - Aperiodyczne krytyczne
(jeden rzeczywisty biegun podwójny)

$\xi < 1$ - Oscylacyjne
(dwa bieguny zespolone sprzężone)

$\xi = 0$ - Na granicy stabilności
(czysto urojone bieguny sprzężone)

$\xi < 0$ - Niestabilne
(bieguny z rzeczywistą częścią dodatnią)





Bieguny:

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0 \qquad \Delta = 4\omega_n^2(\xi^2 - 1)$$

$\Delta > 0 \quad \xi > 1$

$\Delta = 0 \quad \xi = 1$

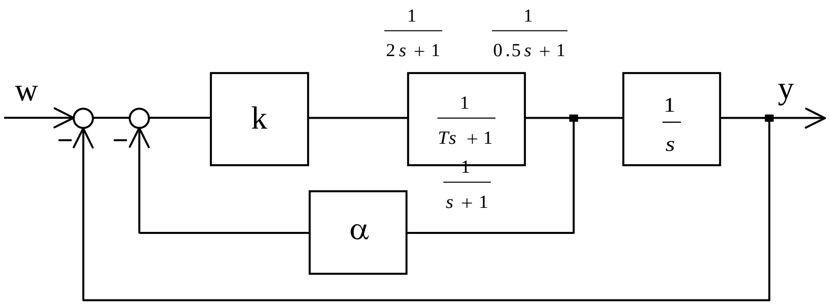
$\Delta < 0 \quad \xi < 1$

Zadanie. Wyznacz parametry ξ i ω_n dla transmitancji II-go rzędu oraz wykonaj symulacje dla zadanych parametrów:

1) przeregulowanie 16.3 %, czas regulacji 1 sek.
2) przeregulowanie 25%, czas regulacji 2 sek.
3) przebiegi aperiodyczne krytyczne (przeregulowanie 0%), czas regulacji 1.5 sek.

Przykład 1 - projektowania układu regulacji II-go rzędu

Schemat blokowy serwomechanizmu ma postać



Dobierz k, α tak, aby przebiegi były aperiodyczne krytyczne, a czas regulacji wynosił 1 sek. dla stałej czasowej silnika T=1. Pokaż odpowiedź skokową. Przy niezmienionym k, α stała czasowa silnika wzrosła 2-krotnie, tj. T=2. Jak wygląda odpowiedź? A jak będzie wyglądać odpowiedź dla T=0.5? (k, α - b.z.)

Rozwiązanie

- *Transmitancje*: pętla wewnętrzna $$\frac{\frac{k}{s+1}}{1+\alpha\frac{k}{s+1}} = \frac{k}{s+k\alpha+1}$$

$$G_{otw} = \frac{k}{s(s+k\alpha+1)}, \qquad G_{zam} = \frac{G_{otw}}{1+G_{otw}} = \frac{k}{s^2+(k\alpha+1)s+k}$$

- $p_{\%} = 0:$ $\quad \Delta = 0 \quad \rightarrow \quad (k\alpha+1)^2 - 4k = 0$

$t_r = 1:$ $\quad t_r = \frac{4}{\xi\omega_n} = 1$

$$2\xi\omega_n = k\alpha+1 \quad \rightarrow \quad \xi\omega_n = \frac{1}{2}(k\alpha+1) \quad \rightarrow \quad \frac{4}{\xi\omega_n} = \frac{8}{k\alpha+1} = 1 \quad \rightarrow \quad k\alpha+1 = 8$$

$$\Delta = 0 \quad \rightarrow \quad 8^2 - 4k = 0 \quad \rightarrow \quad \underline{k = \frac{64}{4} = 16}$$

$$k\alpha+1 = 8 \quad \rightarrow \quad 16\alpha = 7 \quad \rightarrow \quad \underline{\alpha = \frac{7}{16}}$$

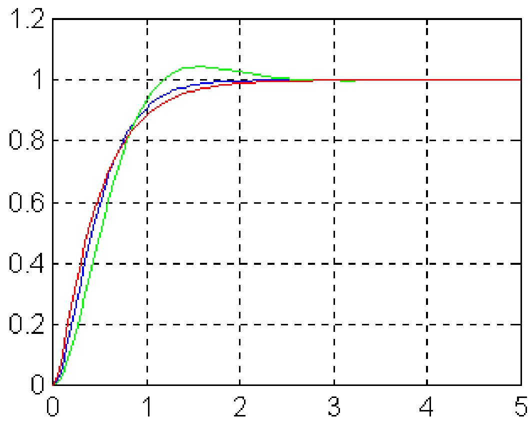
- *Symulacja*

Pętla wewnętrzna: $\dfrac{\dfrac{k}{Ts+1}}{1+\alpha\dfrac{k}{Ts+1}} = \dfrac{k}{Ts+k\alpha+1}$, T=1, 2, 0.5

$$G_{otw} = \frac{k}{s(Ts+k\alpha+1)} , \qquad G_{zam} = \frac{k}{Ts^2+(k\alpha+1)s+k} = \frac{16}{Ts^2+8s+16}$$

Matlab

```
T=1
l=16
m=[T   8   16]
t=0:0.05:5;
y1=step(l,m,t);
T=2
m=[T   8   16]
y2=step(l,m,t);
T=0.5
m=[T   8   16]
y3=step(l,m,t);
plot(t,y1,t,y2,t,y3),grid
Pp=(max(y2)-y2(end))/y2(end)*100
```



Układ jest odporny, ponieważ 2-krotne zmiany stałej czasowej tylko nieznacznie wpływają na odpowiedź skokową.